

**EFEITOS DO ARRASTO GASOSO NA DINÂMICA DO PROBLEMA RESTRITO DE TRÊS CORPOS.** André Izidoro Ferreira da Costa, Masayoshi Tsuchida – Matemática – Departamento de Ciência e Computação e Estatística – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas – Campus de São José do Rio Preto.

A aplicação dos fundamentos da Física e da Matemática no estudo do movimento dos cometas e dos asteróides em torno do Sol é um ponto fundamental da Mecânica Celeste. Definimos como problema de três corpos (P3C) um sistema formado por três corpos que se atraem gravitacionalmente. Quando o terceiro corpo é um cometa ou asteróide, temos um caso particular do problema de três corpos que denominamos problema restrito de três corpos (PR3C). A massa de asteróides e cometas é muito pequena comparada com a massa do Sol e dos planetas e não afeta o movimento desses corpos. Uma partícula no PR3C raramente pode ser considerada isolada de forças externas, ou seja, sofrer apenas força de aspecto gravitacional. Existem na verdade inúmeras outras forças que causam perturbações como os efeitos da pressão de radiação e as forças de arrasto gasoso. Nosso estudo se baseia em analisar os efeitos dinâmicos causados na partícula pelo arrasto gasoso, e ainda o estudo da estabilidade e localização dos pontos de equilíbrio Lagrangeanos. Os pontos de equilíbrio no problema clássico são bem conhecidos, e são pontos onde não existe aceleração, ou seja, qualquer partícula ali colocada assim permanece a não ser que forças externas a perturbem.

Seja  $F = (F_x, F_y)$  a força de arrasto no sistema, a qual é função da posição e da velocidade da partícula. Na presença dessa força as equações do movimento são:

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} + F_x \quad \ddot{y} - 2\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} + F_y$$

Se  $F$  é proporcional à velocidade da partícula no sistema de referência girante, então  $F = Kv = K(\dot{x}, \dot{y})$  e  $\dot{x}F_x + \dot{y}F_y = K(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) < 0$

Se  $F$  é proporcional à velocidade da partícula no sistema de referência inercial então  $F = K(\dot{x} - y, \dot{y} + x)$  e  $\dot{x}F_x + \dot{y}F_y = K(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - K(\dot{x}y - \dot{y}x)$

No estudo dos pontos de equilíbrio no problema restrito de três corpos com arrasto, a estabilidade e a localização dos pontos Lagrangeanos são analisados através de simulações numéricas.

Seja  $(x_0, y_0)$  a posição de um ponto Lagrangeano quando  $F = 0$ . Então a nova posição desse ponto quando  $F \neq 0$  indicamos por:

$$x^* = x_0 + \bar{x} \quad y^* = y_0 + \bar{y}$$

e obtemos

$$\begin{array}{ll} L_1 : x^* = x_0 - \frac{f_x}{9} & y^* = y_0 + \frac{f_y}{3} \\ L_2 : x^* = x_0 - \frac{f_x}{9} & y^* = y_0 + \frac{f_y}{3} \\ L_3 : x^* = x_0 - \frac{f_x}{3} & y^* = y_0 + \frac{8f_y}{7\mu_2} \end{array}$$

$$L_4 : x^* = x_0 - \frac{f_x}{3\mu_2} + \frac{f_y}{3\sqrt{3}\mu_2}$$

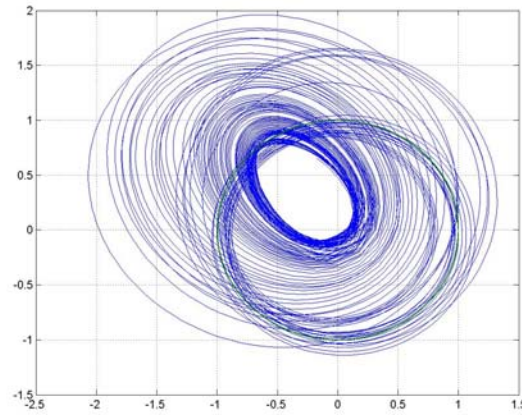
$$L_5 : x^* = x_0 - \frac{f_x}{3\mu_2} - \frac{f_y}{3\sqrt{3}\mu_2}$$

$$y^* = y_0 + \frac{f_y}{3\sqrt{3}\mu_2} - \frac{f_x}{9\mu_2}$$

$$y^* = y_0 - \frac{f_x}{3\sqrt{3}\mu_2} - \frac{f_y}{9\mu_2}$$

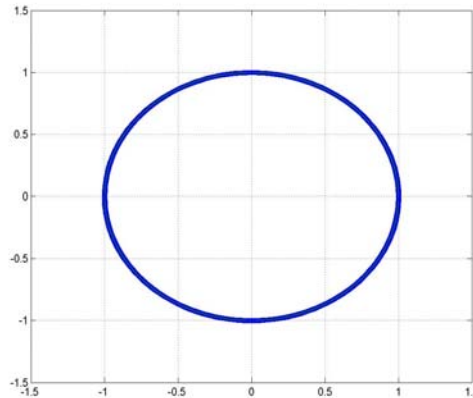
O sistema inercial considerado é o Sol-Júpiter-Asteróide, com o Sol ocupando a origem do sistema de coordenadas.

Considerando  $K = -0.001$  e as condições iniciais da partícula como  $(x_0, y_0) = (1.2, 0.0)$  e  $v = (0.0, 1.0)$ , esta tem uma perda de energia por causa do arrasto gasoso, atravessa a órbita de Júpiter e se torna um asteróide com órbita interna à do planeta. Isso explicaria a existência desses objetos nessa região como mostra a figura 1.



**Figura 1: dissipação de energia**

A figura 2 mostra o movimento de um asteróide com  $k = -0.0001$ , e  $(x_0, y_0) = (0.0, 1.001)$  com  $v = (-1.0, 0.0)$ . Ela mostra que o asteróide foi capturado pelo planeta, e isso ocorreu porque a partícula entrou em uma área de estabilidade, ou seja, nas proximidades dos pontos Lagrangeanos  $L_4$  ou  $L_5$ .



**Figura 2: captura pelo planeta**

A introdução da força de arrasto gasoso na dinâmica de asteróides tem a finalidade de simular a formação de um sistema planetário. É unânime a idéia de que no início da formação do nosso Sistema Solar, o mesmo estava imerso em um meio gasoso, o qual foi dissipado com o tempo.

Este estudo mostrou que o efeito de arrasto é um mecanismo importante para dissipar energia, e assim acomodar o movimento dos asteróides em determinadas órbitas. A existência de um número muito grande de asteróides Troianos em torno dos pontos Lagrangeanos  $L_4$  e  $L_5$  pode ser explicada através deste estudo, bem como a existência de satélites retrógrados em torno de planetas gigantes.

Por outro lado, a descoberta de vários planetas em torno de estrelas em formação estimula estudos dessa natureza.

### **Referências**

[1] C.D. Murray, S.F. Dermatt, "Solar System Dynamics", Cambridge Univ. Press, 1999

[2] T.G.G. Chanut, "Captura Difusão e Acreção num Sistema Coorbital Imerso em um Meio Gasoso", Dissertação de Mestrado, FEG/UNESP/Guaratinguetá, 2005